Liceo scientifico comunicazione opzione sportiva

7 Stabilire se la funzione:

$$f(x) = \frac{x + 2\sqrt{2}}{x^2 - 8}$$

è continua nell'intervallo $[-3; -1]$ e se, nello stesso intervallo, è dotata di minimo e massimo assoluto.

7 La funzione $f(x) = \dfrac{x+2\sqrt{2}}{x^2-8}$ è definita per:

$$x^2 - 8 \neq 0 \quad \rightarrow \quad x^2 \neq 8 \quad \rightarrow \quad x \neq \pm 2\sqrt{2}\text{, con } x_0 = -2\sqrt{2} \simeq -2{,}82.$$

La funzione non è quindi definita nel punto $x_0 \in [-3; -1]$ e pertanto non è continua in tale intervallo. Nel punto x_0 la funzione presenta una discontinuità di terza specie eliminabile, poiché possiamo semplificarla nel seguente modo:

$$\overline{f}(x) = \frac{x+2\sqrt{2}}{x^2-8} = \frac{\cancel{x+2\sqrt{2}}}{(\cancel{x+2\sqrt{2}})(x-2\sqrt{2})} \quad \rightarrow \quad \overline{f}(x) = \frac{1}{x-2\sqrt{2}}.$$

La funzione assegnata $f(x)$ coincide pertanto con $\overline{f}(x)$ su $[-3; -2\sqrt{2}\,[\cup]-2\sqrt{2}; -1]$, e vale il limite:

$$\lim_{x \to -2\sqrt{2}} f(x) = \overline{f}(-2\sqrt{2}) = -\frac{1}{4\sqrt{2}} \simeq -0{,}18.$$

In $[-3; -1]$, il termine $x - 2\sqrt{2}$ è crescente e negativo, quindi $\dfrac{1}{x-2\sqrt{2}}$ è decrescente e negativo.

Inoltre

$$f(-3) = \overline{f}(-3) = \frac{1}{-3-2\sqrt{2}} \simeq -0{,}7,$$

$$f(-1) = \overline{f}(-1) = \frac{1}{-1-2\sqrt{2}} \simeq -0{,}26.$$

Possiamo concludere che $f(x)$ in $[-3; -1]$ presenta un massimo assoluto in $x = -3$ e un minimo assoluto in $x = -1$.

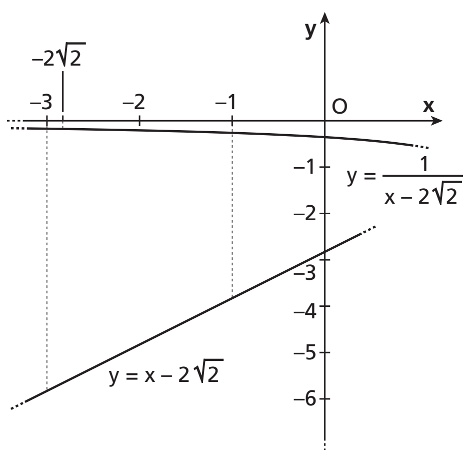

Figura 12